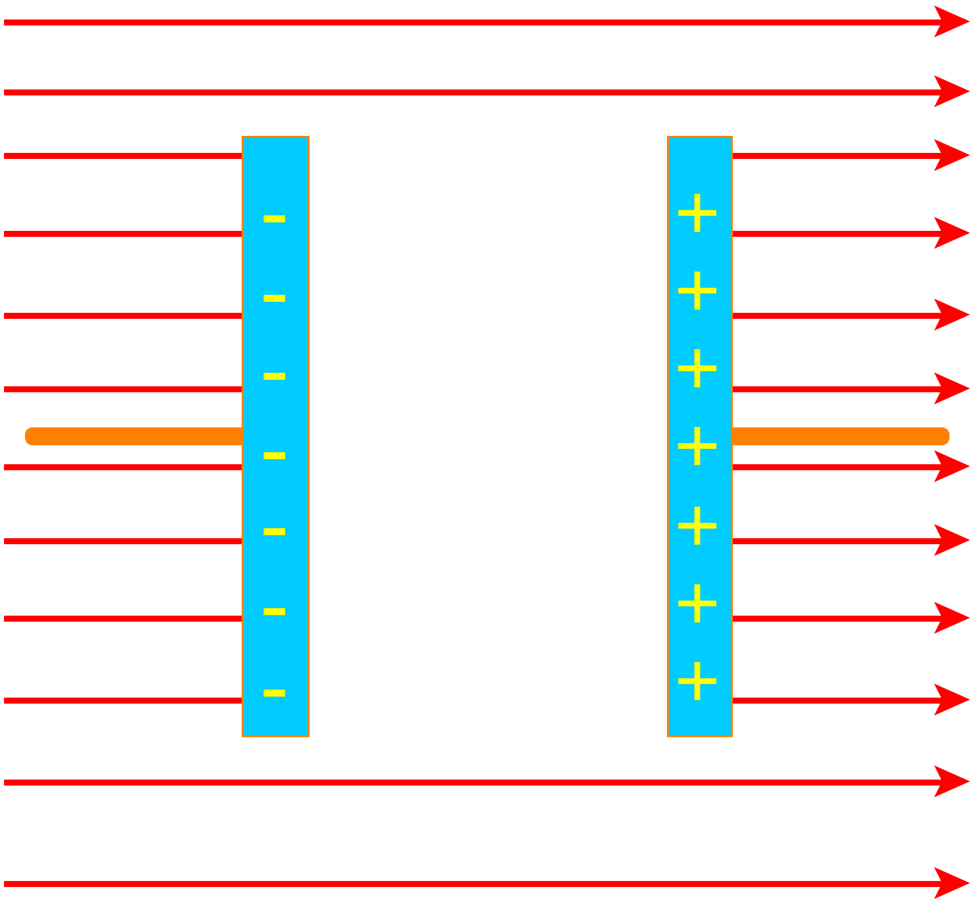
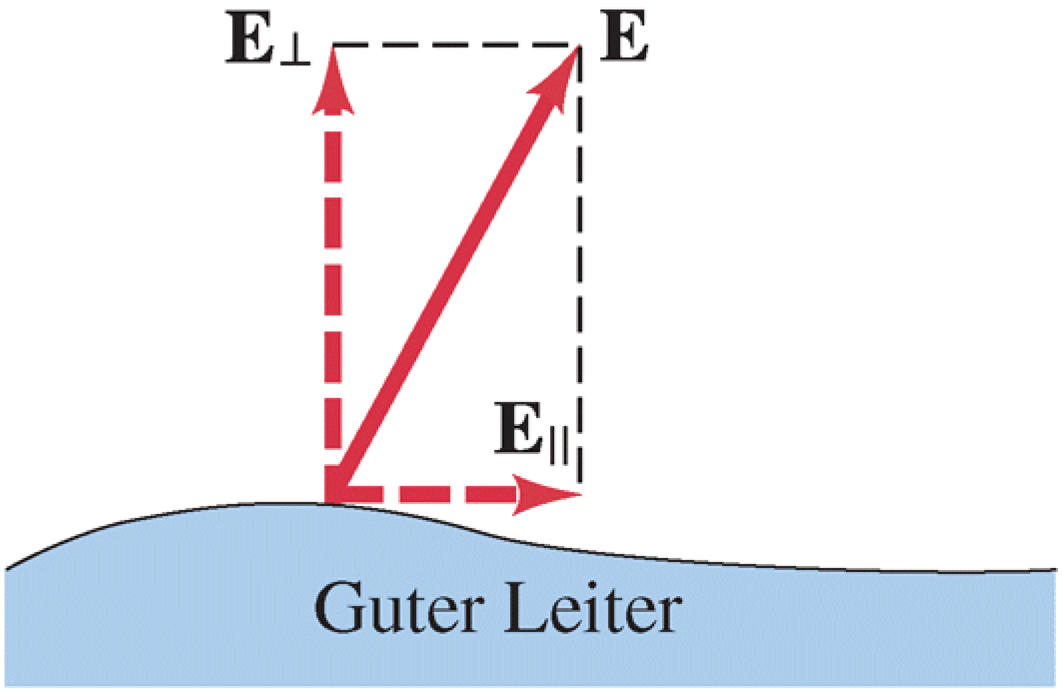
Ladungstrennung durch Influenz

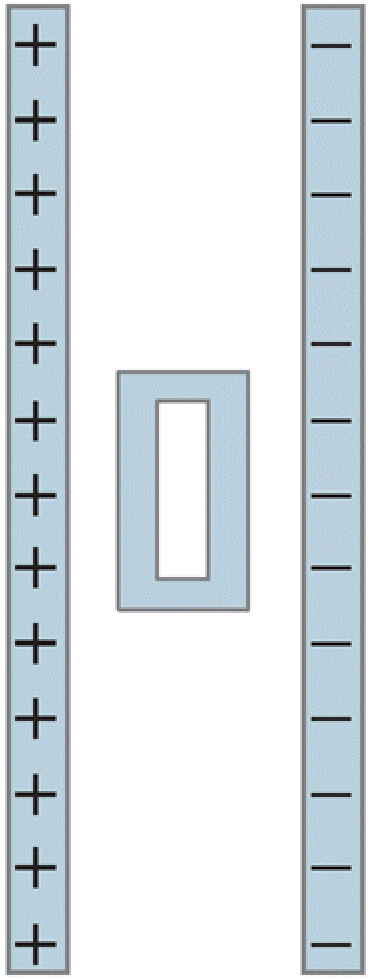


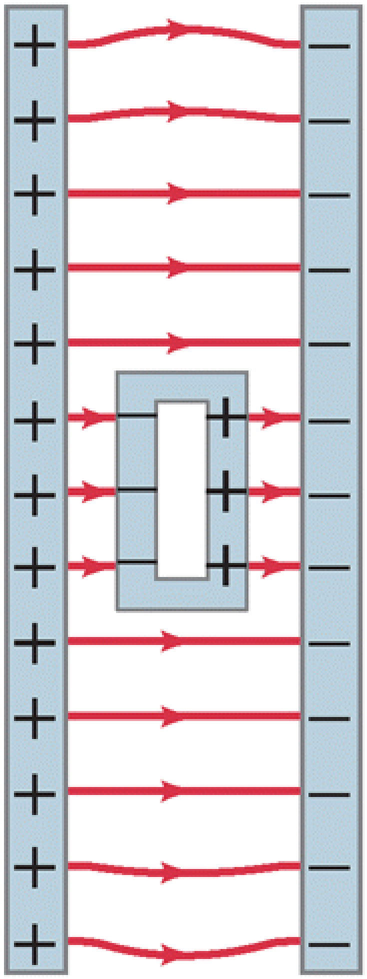
Die elektrischen Feldlinien stehen senkrecht zur Leiteroberfläche. Warum ???



Hätte das elektrische Feld E an der Oberfläche eines Leiters eine parallel zur Oberfläche verlaufende Komponente, E||, so würde diese die Elektronen beschleunigen. Im statischen Fall (Ladungen ruhen), muss E|| null sein, also muss das elektrische Feld senkrecht zur Leiteroberfläche stehen.

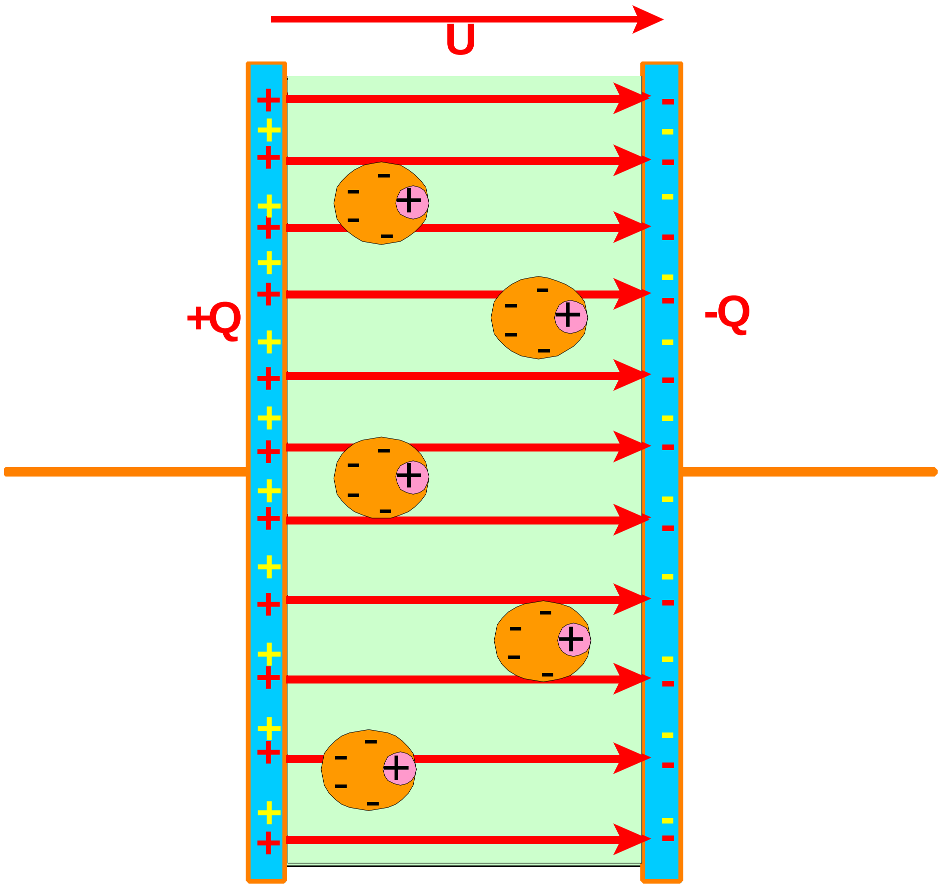
Die Abschirmwirkung geschlossener Leiterflächen:



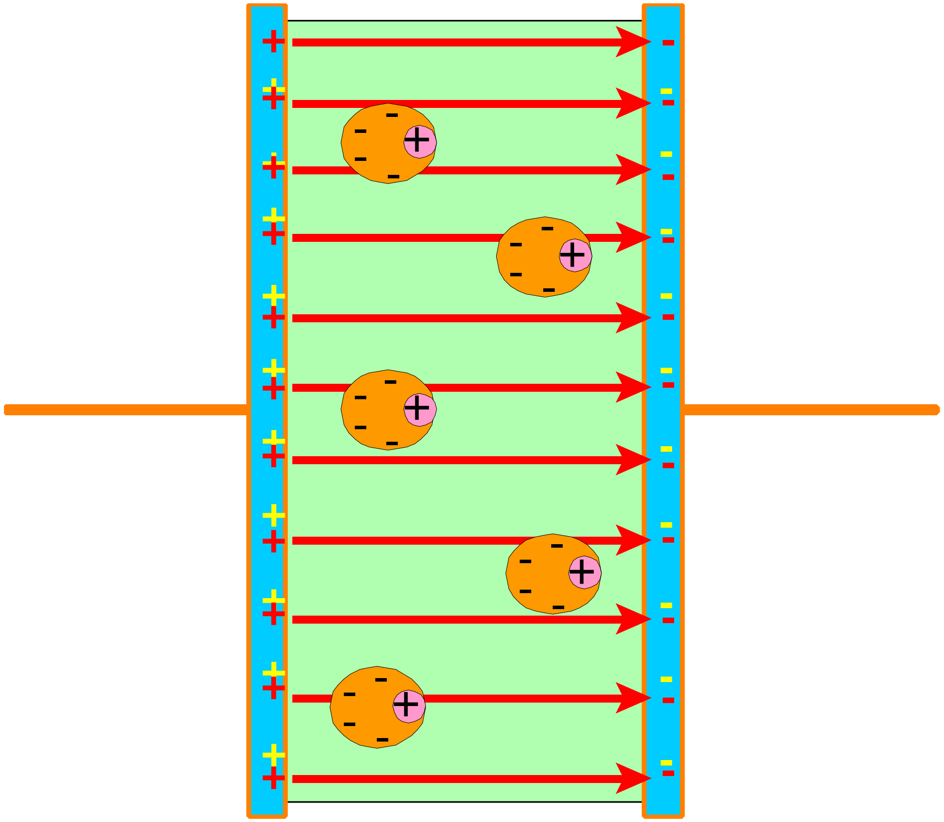


Ein starkes elektrische Feld existiert in der Umgebung dieses „Faraday'schen Käfigs". Es ist so stark, dass Elektronen aus den Atomen der Luft herausgeschlagen werden und Ladung zum (oder vom) Metallkäfig fließt. Doch die Person im Käfig ist davon nicht betroffen.

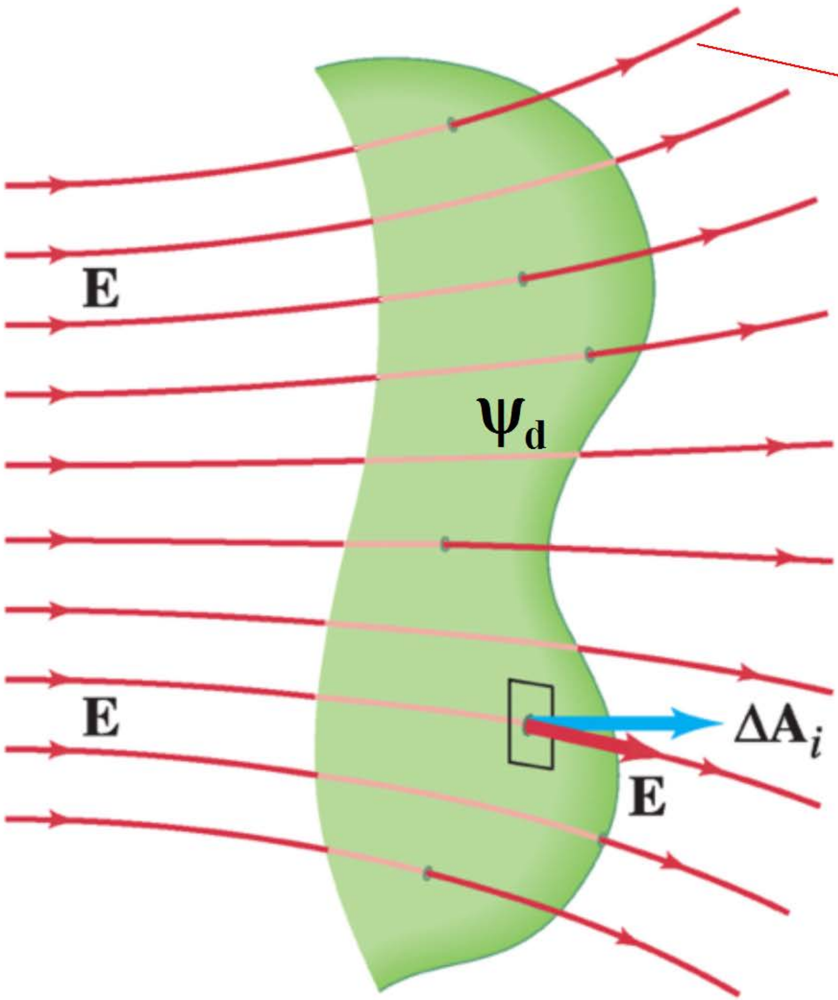
- Verschiebungspolarisation



- Orientierungspolarisation



- der elektrische Fluss ψ_D



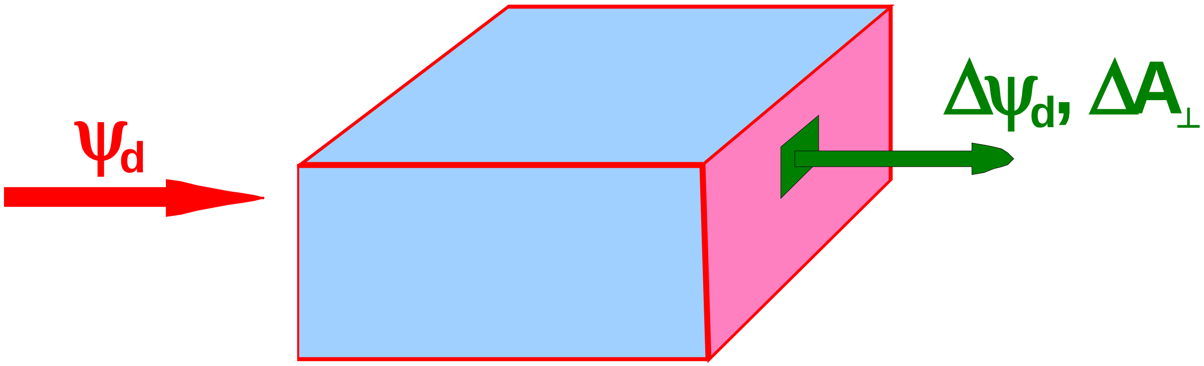
Feld- bzw. Verschiebungslinien

elektrischer Fluss gibt die Anzahl der Ladungen an, die durch eine (gedachte) Fläche gegangen sind

$$\boxed{\psi_d = Q_{getrennt}}$$

$$\boxed{[\psi_d] = [Q] = 1As = 1C}$$

- die elektrische Flussdichte D



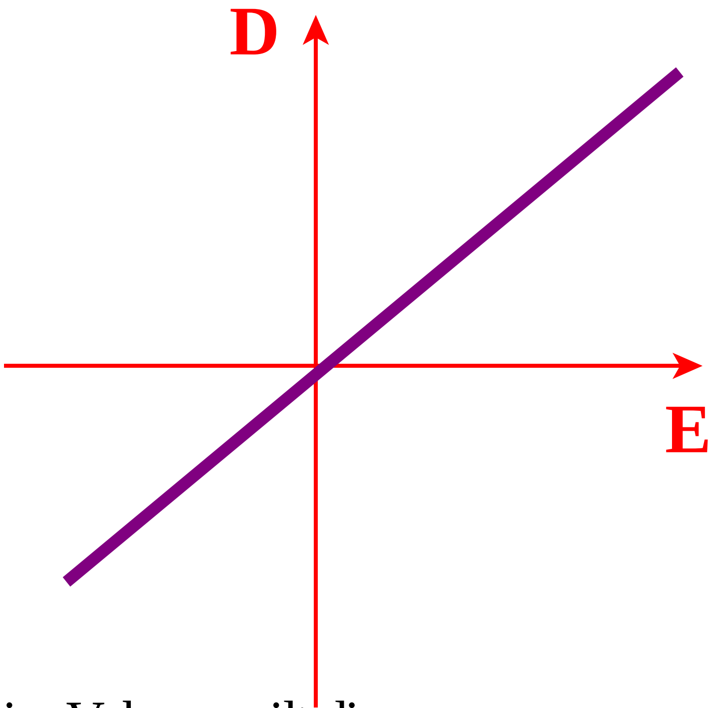
Betrag und Einheit der elektrischen Flussdichte werden:

$$D = \lim_{\Delta A_\perp \to 0} \frac{\Delta \Psi_d}{\Delta A_\perp} = \frac{d\Psi_d}{dA_\perp}$$

$[D] = 1 As/m^2$

$$\Psi_d = \iint \vec{D} \cdot d\vec{A}$$

- der Zusammenhang zwischen elektrischer Flussdichte und Feldstärke



für elektrisch lineare Werkstoffe gilt:

$$\boxed{\vec{D} = \varepsilon \vec{E}}$$

Permittivität

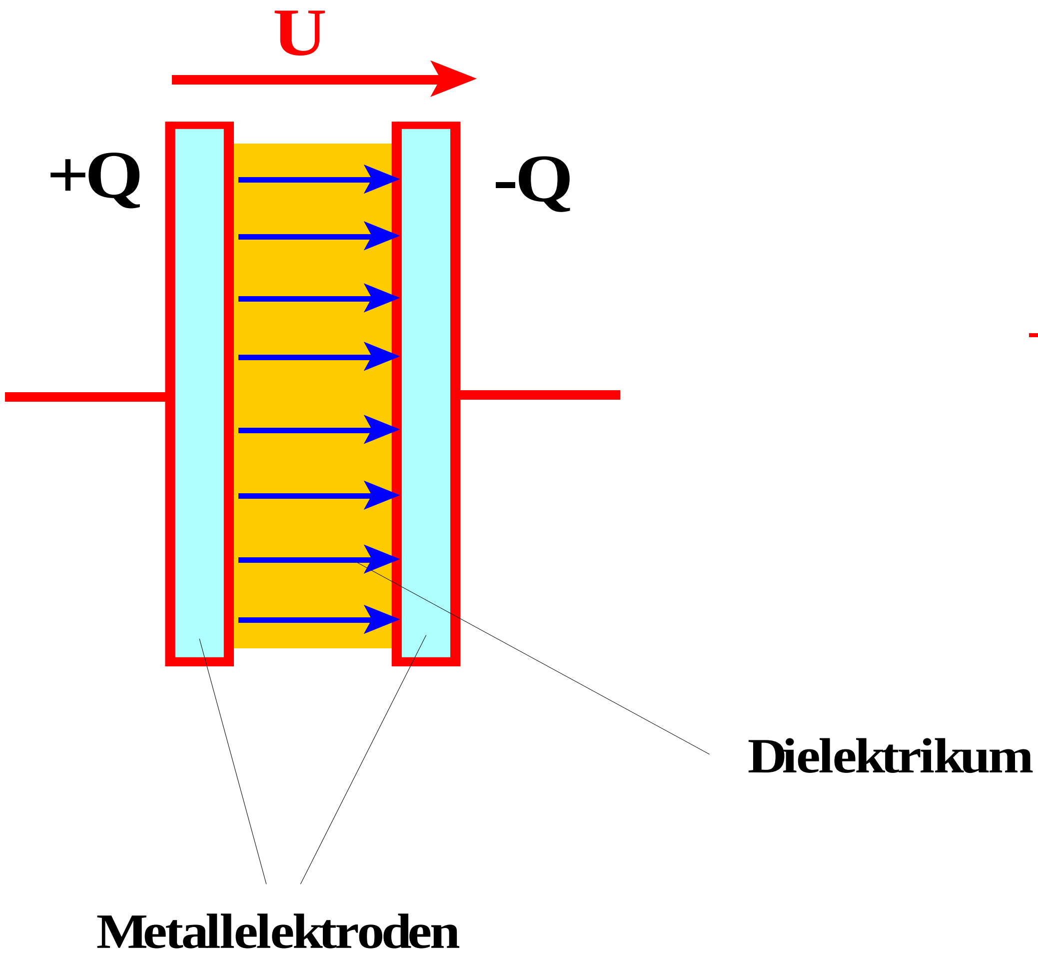
im Vakuum gilt die absolute Permittivität

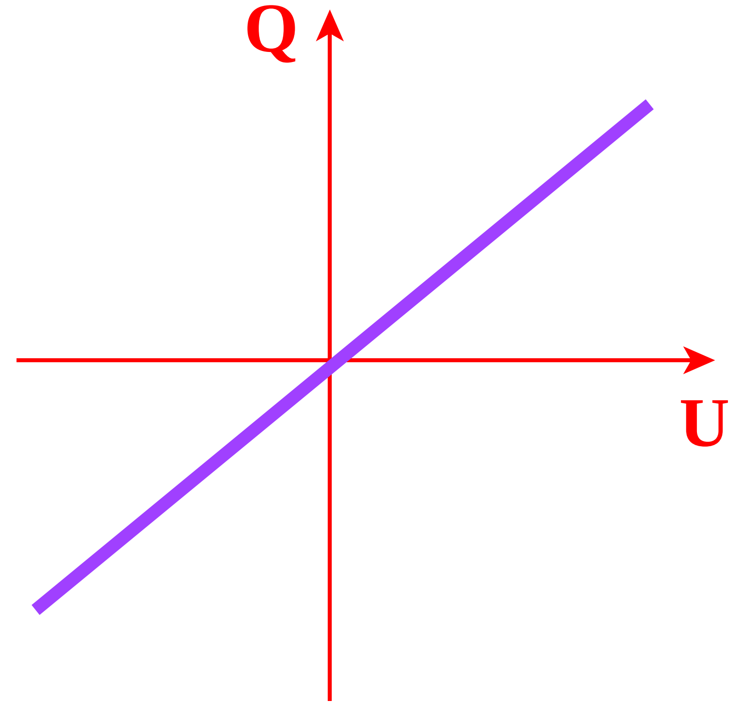
$$\varepsilon_0 = 8{,}86 \cdot 10^{-12} \frac{\mathrm{As}}{\mathrm{Vm}}$$

allgemein ist mit der relativen Permittivität:

$$\varepsilon = \varepsilon_r \, \varepsilon_0$$

-Kapazität und Kondensator





$$\boxed{Q = CU}$$

$$Q = CU$$

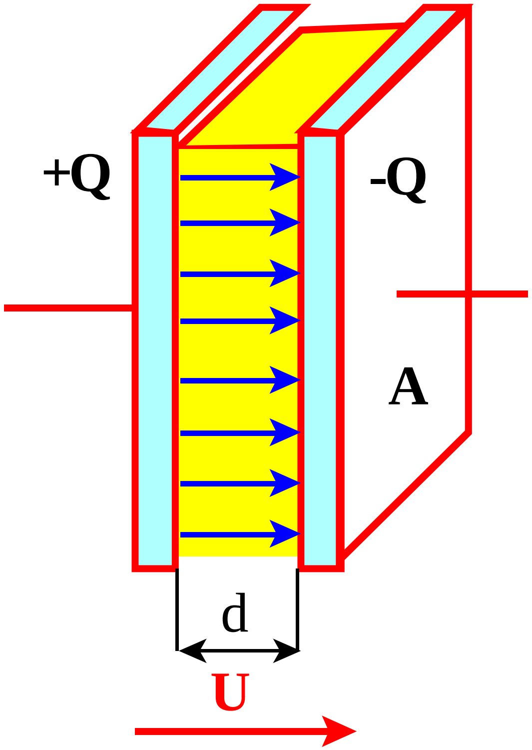
die Proportionalitätskonstante

$$\boxed{C = \frac{Q}{U}}$$

wird als Kapazität bezeichnet.

$$\boxed{[C] = \frac{[Q]}{[U]} = 1\frac{\mathrm{As}}{\mathrm{V}} = 1\mathrm{F(arad)}}$$

- *die Kapazitätsbemessungsgleichung*



im homogenen Feld gilt:

$$Q = \Psi_d = D\,A$$

$$U = E\,d$$

damit wird die Kapazität

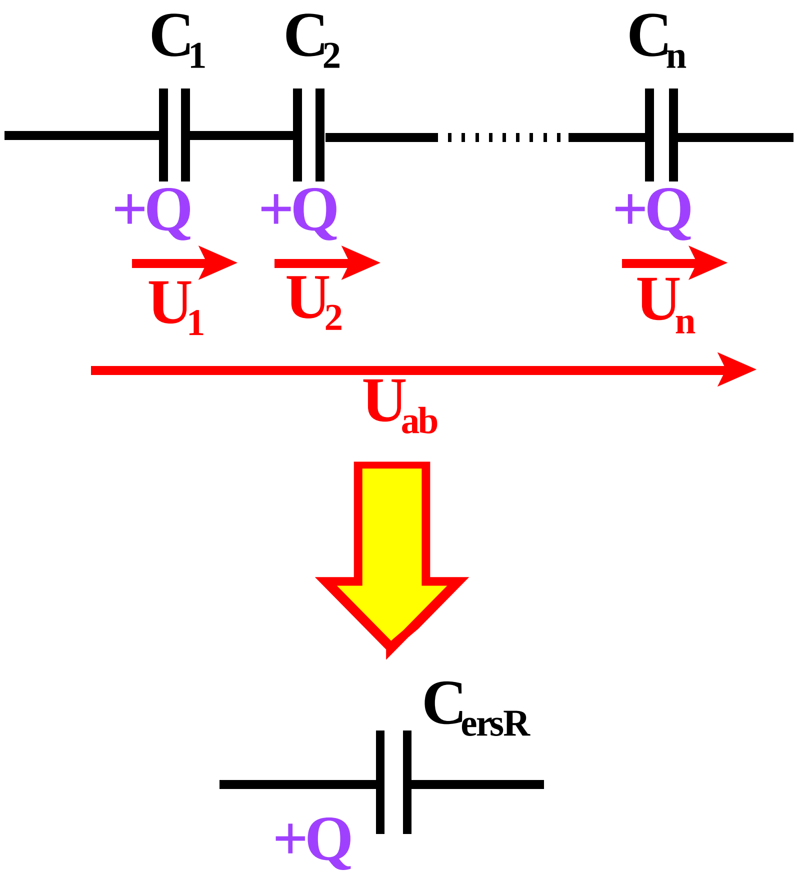
$$C = \frac{Q}{U} = \frac{D\,A}{E\,d} = \frac{\varepsilon\,E\,A}{E\,d}$$

und

$$\boxed{C = \frac{\varepsilon\,A}{d}}$$

4.3.2 Zusammenschaltung von Kondensatoren

1. Reihenschaltung von Kondensatoren



$$Q_1 = Q_2 = \cdots = Q_n$$

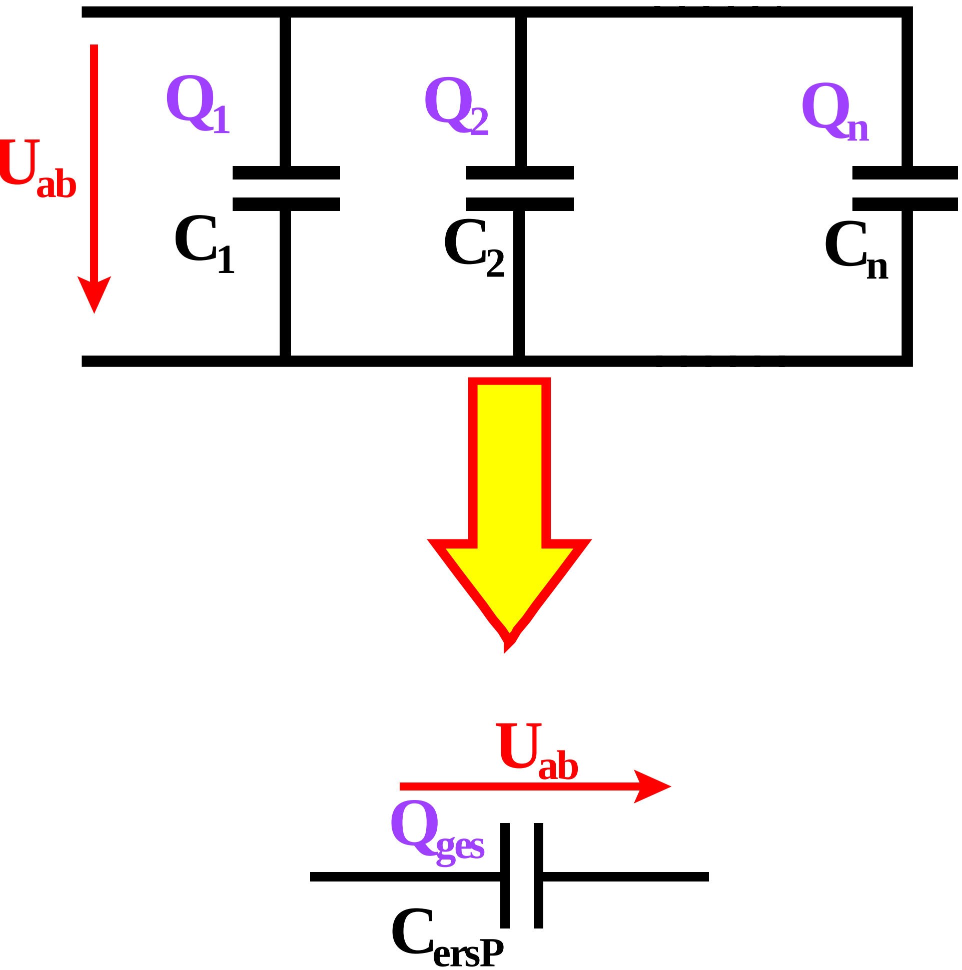
$$U_{ab} = \sum_{i=1}^{n} U_i$$

$$U_i = \frac{Q}{C_i}$$

$$U_{ab} = \sum_{i=1}^{n} \frac{Q}{C_i} = Q \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{C_i} = Q \frac{1}{C_{ersR}}$$

$$\boxed{\frac{1}{C_{ersR}} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{C_i}}$$

2. Parallelschaltung von Kondensatoren



$$U_{ab} = U_1 = U_2 = \cdots = U_n$$

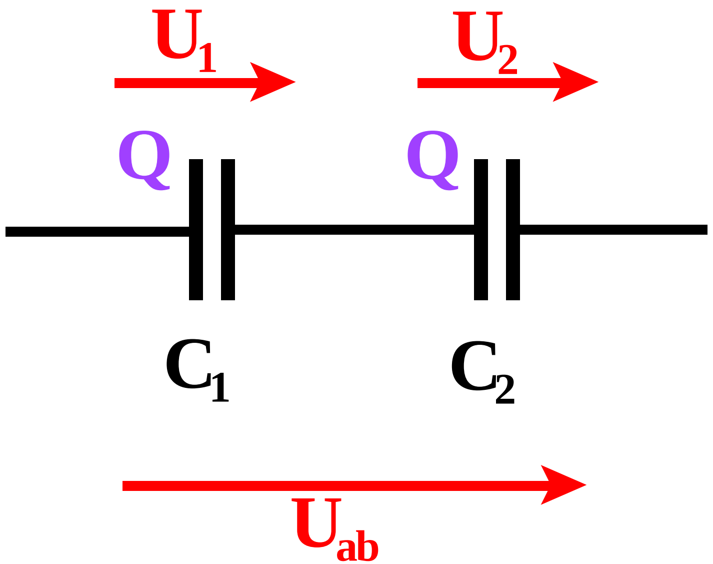
$$Q_{ges} = \sum_{i=1}^{n} Q_i$$

$$Q_i = C_i U_{ab}$$

$$Q_{ges} = \sum_{i=1}^{n} C_i U_{ab} = U_{ab} \sum_{i=1}^{n} C_i = U_{ab} C_{ersP}$$

$$\boxed{C_{ersP} = \sum_{i=1}^{n} C_i}$$

3. Der kapazitive Spannungsteiler



$$\frac{1}{C_{ersR}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} = \frac{C_2 + C_1}{C_1\, C_2}$$

$$C_{ersR} = \frac{C_2\, C_1}{C_1 + C_2}$$

$$Q = C_1 U_1 = C_2 U_2 = C_{ersR} U_{ab}$$

$$\boxed{\frac{U_1}{U_2} = \frac{C_2}{C_1}}$$

$$\boxed{\frac{U_1}{U_{ab}} = \frac{C_{ersR}}{C_1} = \frac{C_2}{C_1 + C_2}}$$

U $U = R * I$ I

$U = \int \bar{E} * d\bar{l}$ $I = \iint \bar{J} * d\bar{A}$

E $\bar{J} = \gamma * \bar{E}$ J

Elektrisches Strömungsfeld

(Materialparameter:
γ - spezifische elektrische Leitfähigkeit)

U $Q = C * U$ Q

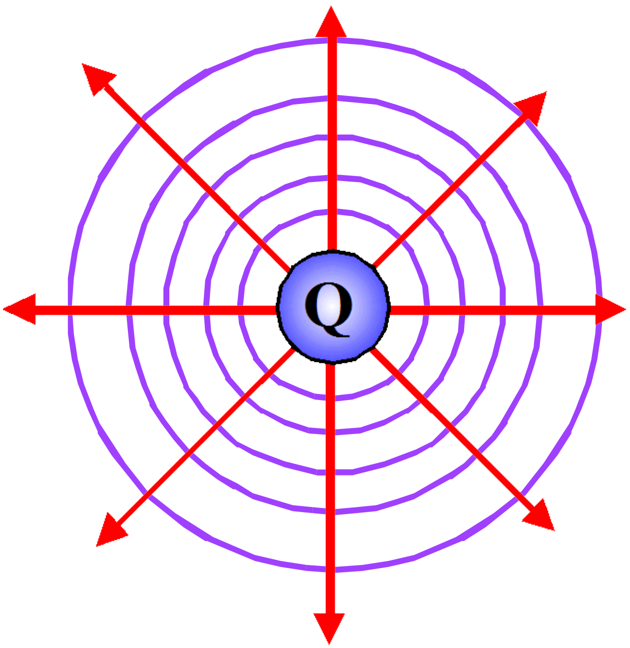
$U = \int \bar{E} * d\bar{l}$ $Q = \iint \bar{D} * d\bar{A}$

E $\bar{D} = \varepsilon * \bar{E}$ D

Elektrostatisches Feld

(Materialparameter:
ε - Permittivität)

Beispiel: Das elektrostatische Feld einer Kugelelektrode



$$\vec{D} = \frac{Q}{4\pi\, r^2}\,\vec{e}_r$$

$$\vec{E} = \frac{\vec{D}}{\varepsilon} = \frac{Q}{4\pi\,\varepsilon\, r^2}\,\vec{e}_r$$

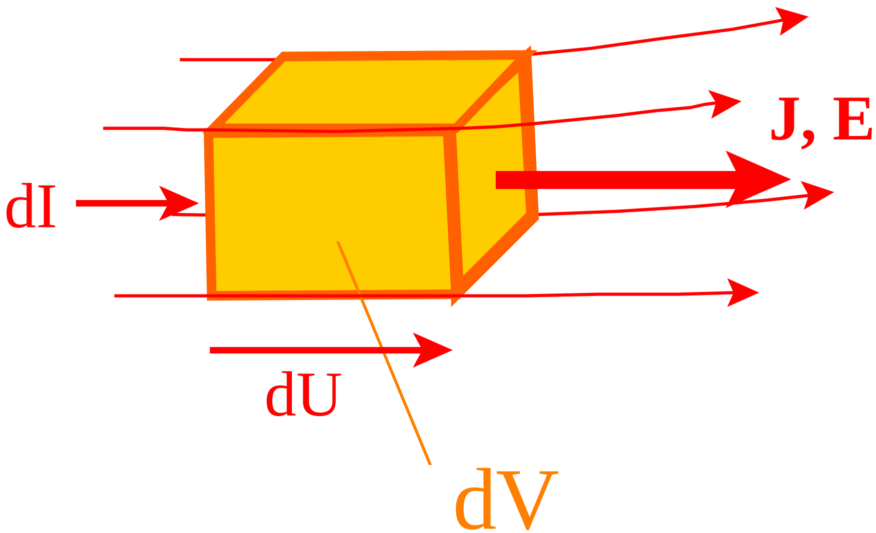
$$\varphi(r) = \int_X^N \vec{E}\, d\vec{l} = \int_r^\infty \frac{Q}{4\pi\,\varepsilon\, r^2}\,\vec{e}_r\; dr\,\vec{e}_r$$

$$\varphi(r) = \int_r^\infty \frac{Q}{4\pi\,\varepsilon\, r^2}\, dr = \frac{Q}{4\pi\,\varepsilon}\int_r^\infty \frac{dr}{r^2}$$

$$\varphi(r) = -\left.\frac{Q}{4\pi\,\varepsilon\, r}\right|_r^\infty = \frac{Q}{4\pi\,\varepsilon\, r}$$

4.3.3 Energie und Energiedichte

a) im elektrischen Strömungsfeld



$$dP_{el} = \vec{J}\,\vec{E}\,d\vec{A}\,d\vec{l}$$

$$dP_{el} = \vec{J}\,\vec{E}\,dV$$

p_{el}: Leistungsdichte

$$\boxed{p_{el} = \frac{dP_{el}}{dV} = \vec{J}\,\vec{E}}$$

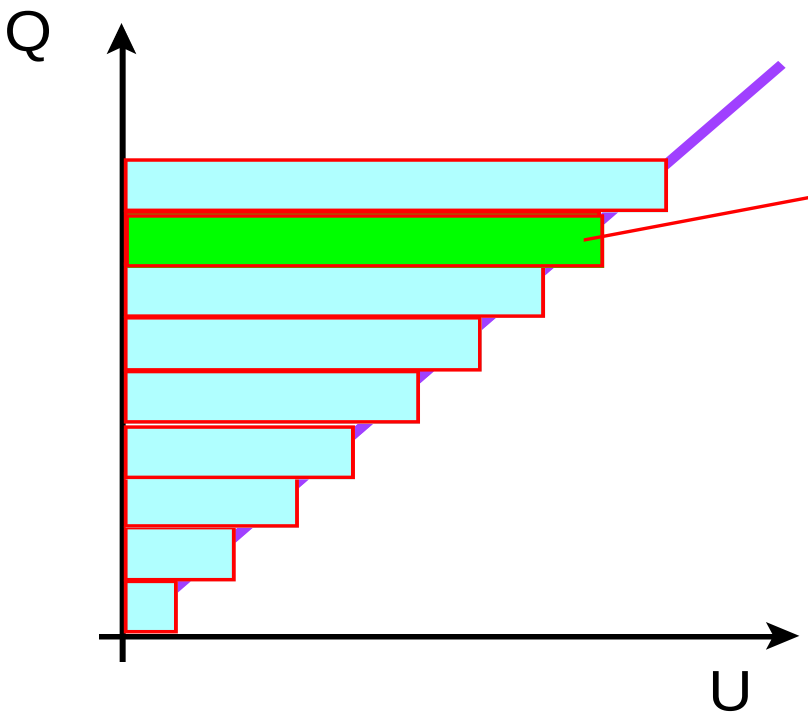
$$dP_{el} = dU\,dI$$

$$dU = \vec{E}\,d\vec{l}$$

$$dI = \vec{J}\,d\vec{A}$$

$$\boxed{P_{el} = \int_V \vec{J}\,\vec{E}\,dV = \int_V p_{el}\,dV}$$

b) im elektrostatischen Feld



$$dW_{el} = U\,dQ$$

$$W_{el} = \int_0^Q U(Q)\,dQ$$

im linearen Fall ergibt sich:

$$Q = C\,U$$

$$dQ = C\,dU$$

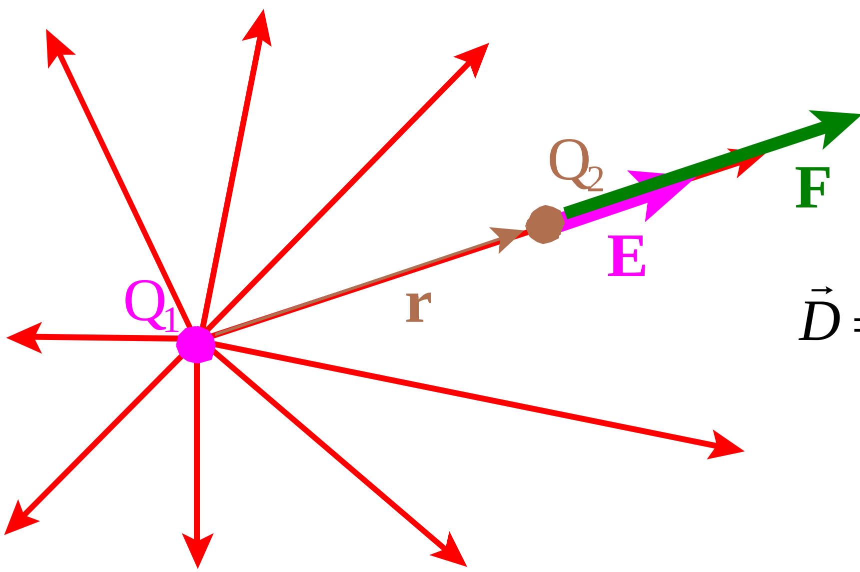
$$\boxed{W_{el} = \int_0^U C\,U\,dU = C\frac{U^2}{2} = \frac{QU}{2} = \frac{Q^2}{2C}}$$

4.3.4 Kräfte im elektrostatischen Feld

1. Kräfte auf Ladungen:

$$\boxed{\vec{F} = Q\,\vec{E}}$$

<u>Beispiel:</u> Kraftwirkungen zwischen Punktladungen (Coulombsches Gesetz)



$$\vec{E} = \frac{Q_1}{4\pi\varepsilon r^2}\,\vec{e}_r$$

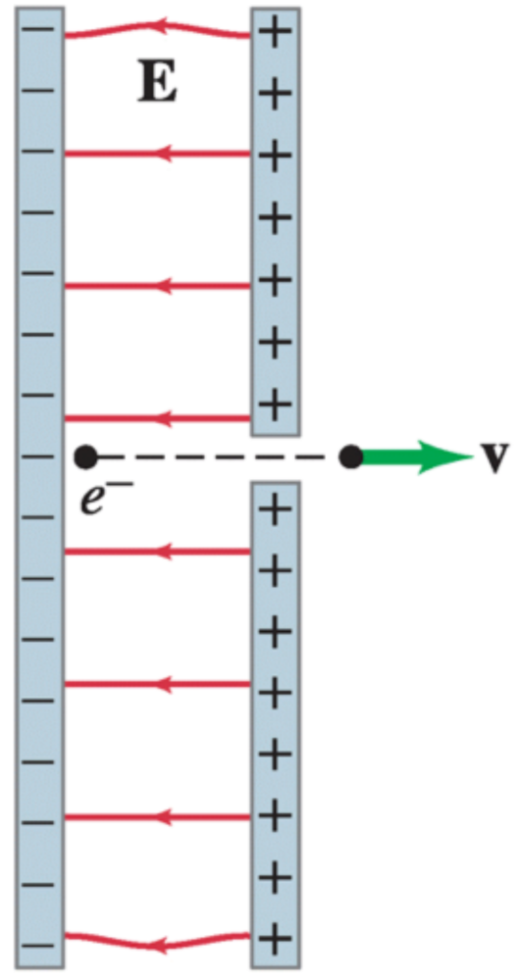
$$\vec{D} = \frac{Q}{4\pi\, r^2}\,\vec{e}_r$$

$$\vec{F} = Q_2\,\vec{E}$$

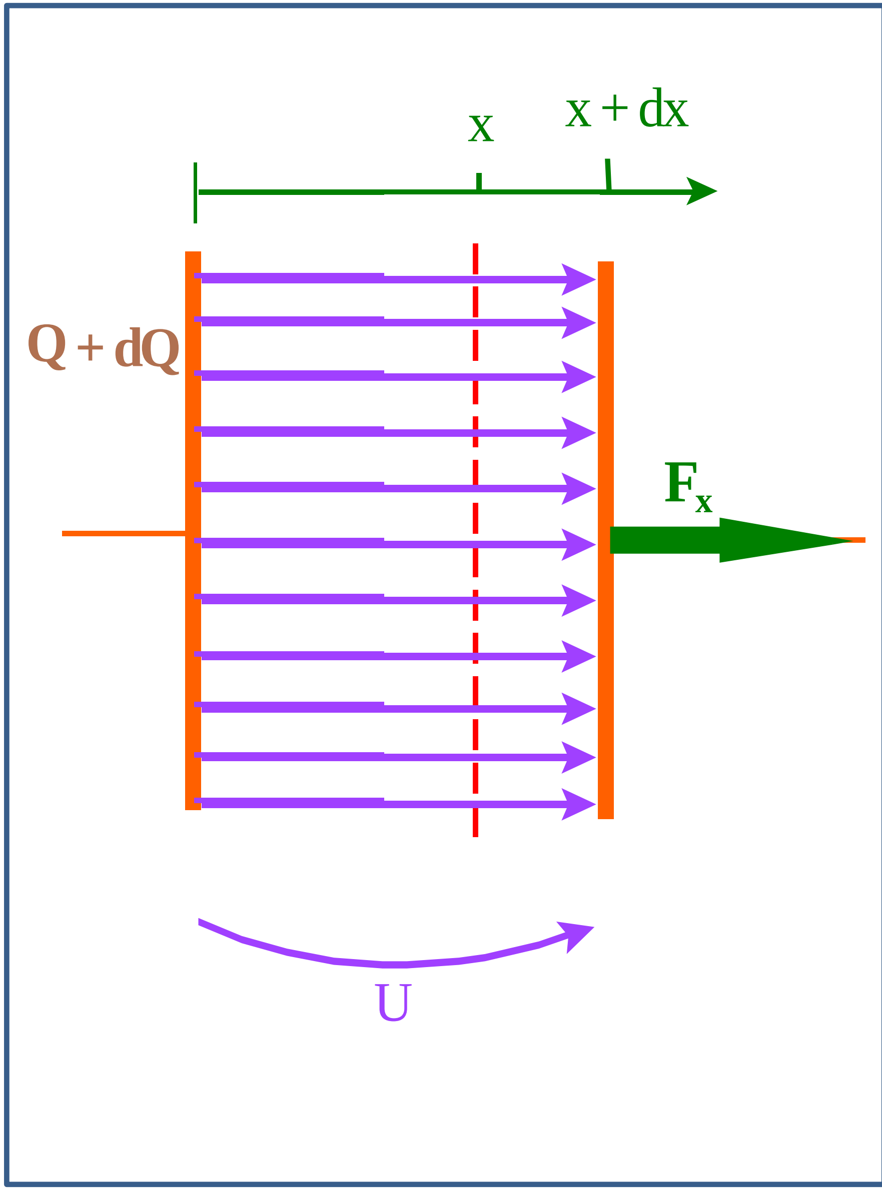
$$\boxed{\vec{F} = \frac{Q_1 Q_2}{4\pi\varepsilon r^2}\,\vec{e}_r}$$

Anwendungsbeispiele:

Beschleunigung von Elektronen (Kathodenstrahlröhre, Teilchenbeschleuniger)



2. Kräfte auf Elektroden:



Energiebilanz:

$$dW_{mech} = F_x\, dx$$

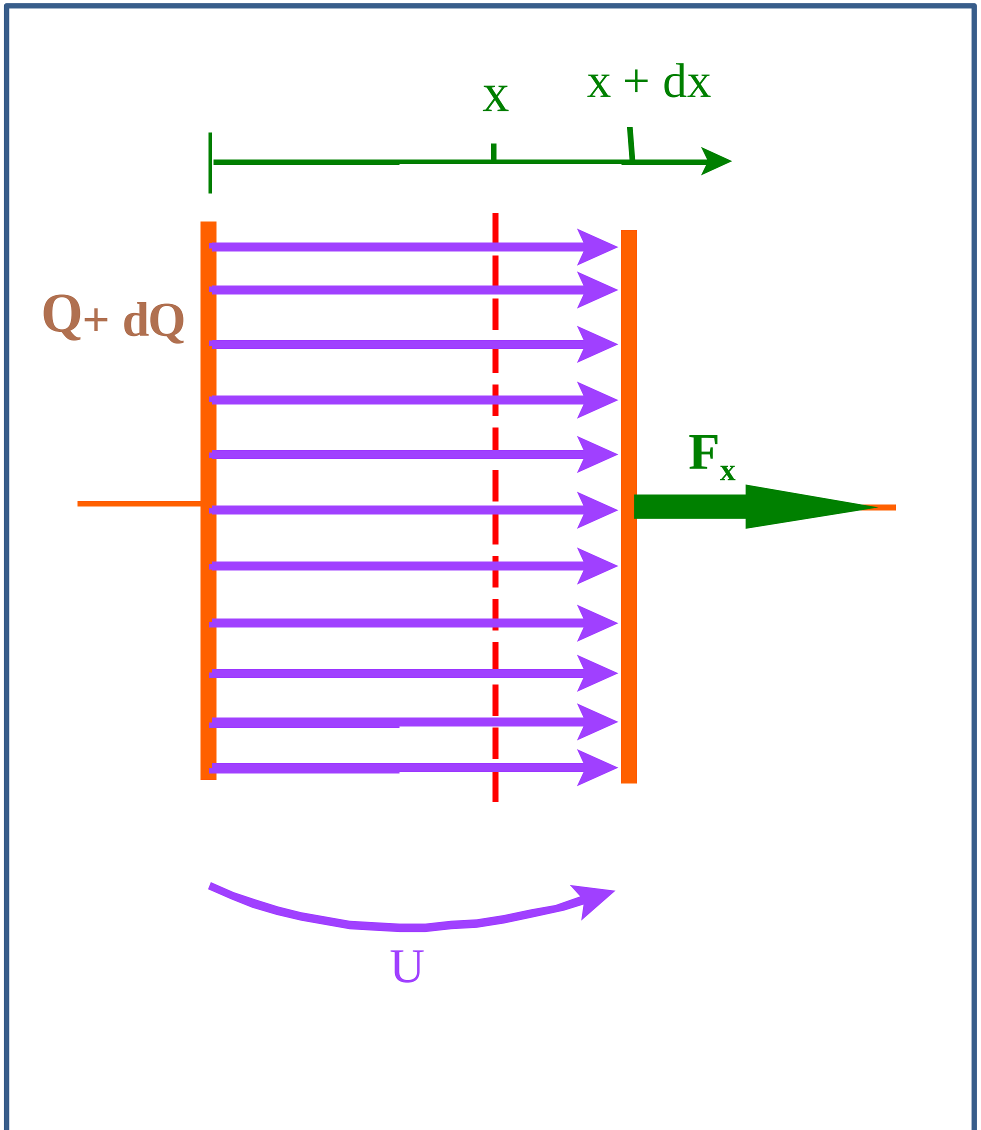
$$dW_{el\,Feld} = \frac{1}{2} U\, dQ$$

$$dW_{el\,Quelle} = U\, dQ$$

$$dW_{mech} + dW_{el\,Feld} = dW_{el\,Quelle}$$

$$F_x\, dx + \frac{1}{2} U\, dQ = U\, dQ$$

2. Kräfte auf Elektroden:



$$F_x\,dx + \frac{1}{2}U\,dQ = U\,dQ$$

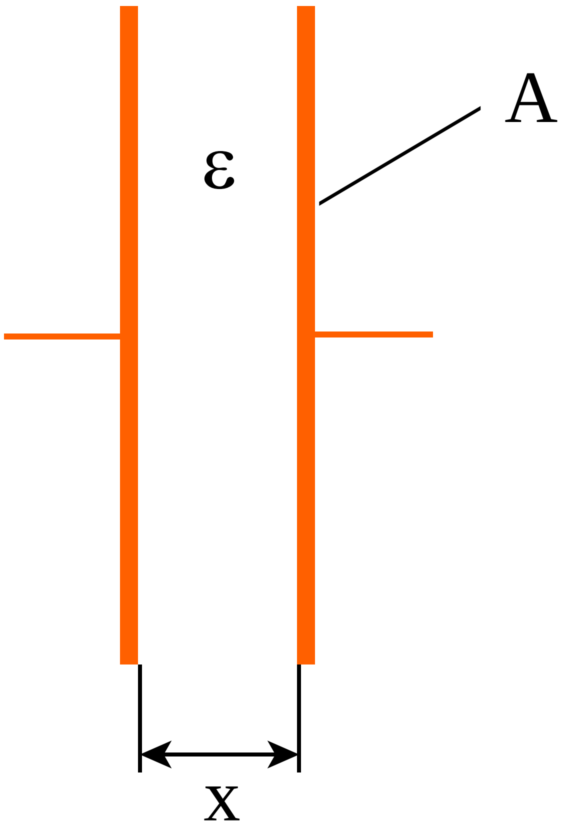
$$F_x\,dx = \frac{1}{2}U\,dQ$$

$$dQ = U\,dC(x)$$

$$F_x\,dx = \frac{1}{2}U^2\,dC(x)$$

$$\boxed{F_x = \frac{1}{2}U^2\,\frac{dC(x)}{dx}}$$

Beispiel: Kräfte auf die Elektroden eines Plattenkondensators



$$F_x = \frac{1}{2} U^2 \frac{dC(x)}{dx}$$

$$C(x) = \varepsilon \frac{A}{x}$$

$$\boxed{F_x = \frac{U^2}{2} \frac{d}{dx}\left(\varepsilon \frac{A}{x}\right) = \frac{U^2 \varepsilon A}{2}\left(-\frac{1}{x^2}\right)}$$